

Interpolación polinómica de Lagrange

En análisis numérico, el polinomio de Lagrange, llamado así en honor a Joseph-Louis de Lagrange, es una forma de presentar el polinomio que interpola un conjunto de puntos dado.

Dados tres puntos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , con coordenadas x diferentes, o bien los tres puntos están en una recta o hay un polinomio de segundo grado (una parábola) que pasa por esos tres puntos. En cualquier caso, hay un polinomio de grado como mucho 2 que pasa por esos tres puntos.

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \cdot L_i(x)$$

donde:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

En nuestro caso que tenemos 3 puntos:

$$P(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \cdot \mathbf{L_0} + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \cdot \mathbf{L_1} + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \cdot \mathbf{L_2}$$

Desventajas de su uso

Si se aumenta el número de puntos a interpolar (o nodos) con la intención de mejorar la aproximación a una función, también lo hace el grado del polinomio interpolador así obtenido, por norma general. De este modo, aumenta la dificultad en el cálculo, haciéndolo poco operativo manualmente a partir del grado 4, dado que no existen métodos directos de resolución de ecuaciones de grado 4, salvo que se puedan tratar como ecuaciones bicuadradas, situación extremadamente rara.

La tecnología actual permite manejar polinomios de grados superiores sin grandes problemas, a costa de un elevado consumo de tiempo de computación. Pero, a medida que crece el grado, mayores son las oscilaciones entre puntos consecutivos o nodos. Se podría decir que a partir del grado 6 las oscilaciones son tal que el método deja de ser válido, aunque no para todos los casos.

Sin embargo, pocos estudios requieren la interpolación de tan solo 6 puntos. Se suelen contar por decenas e incluso centenas. En estos casos, el grado de este polinomio sería tan alto que resultaría inoperable. Por lo tanto, en estos casos, se recurre a otra técnica de interpolación, como por ejemplo a la Interpolación polinómica de Hermite.

Otra gran desventaja, respecto a otros métodos de interpolación, es la necesidad de recalcular todo el polinomio si se varía el número de nodos.