www.2pi.com.ar

Interpolación de Lagrange

Obtener el polinomio de interpolacion de Lagrange según una función que pase por los puntos $P_0(0,1)$ $P_1(1,3)$ $P_2(2,0)$ y hallar el valor de interpolación para el valor $x=0,8$ y para el valor $x=1,3$

Datos

$n=3$
$i=0,\ 1,\ 2$
$j=0,\ 1,\ 2$

$x_0=0 \longrightarrow f(x_0)=1$

$x_1=1 \longrightarrow f(x_1)=3$

$x_2=2 \longrightarrow f(x_2)=0$

$$\boxed{P_n(x)=\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\cdot L_i(x)}$$

donde: $$\boxed{L_i(x)=\prod_{\substack{i=0\\ j\neq i}}^{n-1}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}}$$

Interación #1

$i=0$
$j\neq 0 \quad j=1,2$

$$L_0(x)=\left(\frac{x-x_1}{x_0-x_1}\right)\cdot\left(\frac{x-x_2}{x_0-x_2}\right)$$

$$L_0(x)=\left(\frac{x-1}{0-1}\right)\cdot\left(\frac{x-2}{0-2}\right)$$

$$L_0(x)=\frac{(x-1)}{(-1)}\cdot\frac{(x-2)}{-2}$$

$$L_0(x)=\frac{(x-1)(x-2)}{2}$$

$$\boxed{L_0(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-3x+2\right)}$$

Interacción #2

$i = 1$

$j \neq 1 \quad j = 0, 2$

$$L_1(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}\right) \cdot \left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right)$$

$$L_1(x) = \left(\frac{x - 0}{1 - 0}\right) \cdot \left(\frac{x - 2}{1 - 2}\right)$$

$$L_1(x) = \frac{x}{1} \cdot \frac{(x - 2)}{(-1)}$$

$$\boxed{L_1(x) = -(x^2 - 2x)}$$

Interacción #3

$i = 2$

$j \neq 2 \quad j = 0, 1$

$$L_2(x) = \left(\frac{x - x_0}{x_2 - x_0}\right) \cdot \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)$$

$$L_2(x) = \left(\frac{x - 0}{2 - 0}\right) \cdot \left(\frac{x - 1}{2 - 1}\right)$$

$$\boxed{L_2(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x)}$$

Según Lagrange:

$$P(x) = f_{(x_0)} \cdot L_0(x) + f_{(x_1)} \cdot L_1(x) + f_{(x_2)} \cdot L_2(x)$$

entonces:

$$P(x) = 1 \cdot \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2) + 3 \cdot \left[-(x^2 - 2x)\right] + 0 \cdot \left[\frac{1}{2}(x^2 - x)\right]$$

$$\boxed{P(x) = -\frac{5}{2}x^2 + \frac{9}{2}x + 1}$$

Polinomio de Interpolación de Lagrange buscado

$$\boxed{P_{(0,8)} = 3} \qquad \boxed{P_{(1,3)} = 2,6}$$

valor interpolado para $x = 0,8$

Valor interpolado para $x = 2,6$