Funcion Racional Fraccionaria

Es una función $R(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ donde $P(x)$ y $Q(x)$ son funciones polinomiales y $Q(x)$ no es un polinomio nulo.

El Dominio de una función racional fraccionaria es el conjunto de los números reales excepto aquellos donde el denominador se hace cero.

Ejemplos:

a) $R(x) = \dfrac{x}{x^2+9}$ b) $R(x) = \dfrac{x^2-4x-8}{x}$

c) $R(x) = \dfrac{x^2-16}{x+4}$

a) Dominio $= \mathbb{R}$

b) Dominio $= \mathbb{R} - \{0\}$

c) Dominio $= \mathbb{R} - \{-4\}$

Ejemplo: Dada la función $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$ encontrar:

a) El Dominio de la función

b) Las intersecciones con el eje 'x' y con el eje 'y'

Solución:

a) El Dominio de la función son todos los nros reales excepto $x=2$ ya que este valor hace cero el denominador.

Se escribe así $\Rightarrow$ Dominio $f(x) = \mathbb{R} - \{2\}$

b) Para encontrar la intersección con el eje 'y' debemos hacer $f(x)=0$ y esto ocurre cuando $x+3=0$ de donde despejamos y llegamos a $\boxed{x=-3}$

La intersección con el eje 'x' se obtiene haciendo $x=0$ quedando $\boxed{y=-\frac{3}{2}}$

Cómo encontrar las asintotas:

Sea $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 . x^{m-2} + \ldots + a_m}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + b_2 x^{m-2} + \ldots + b_m}$

Si un número **C** hace cero al denominador pero no hace cero al numerador entonces la recta $x = C \Rightarrow$ A.V.

Asintota Vertical

- Si el numerador de la funcion racional $f(x)$ es de grado menor que el denominador, entonces el eje 'x' (la recta $y=0$) es la Asintota Horizontal $\Rightarrow$ A.H.
- Si el numerador y el denominador tienen el mismo grado, la recta $y = \frac{a_0}{b_0}$ es la Asintota Horizontal
- Si el grado del numerador es mayor al grado del denominador, no existen asintotas horizontales
- Cuando el grado del numerador es uno más que el grado del denominador, la gráfica tiene una Asintota Oblicua

Para hallar la recta A.O. hacemos el cociente $\frac{P(x)}{Q(x)}$ y

obtenemos: $f(x) = \underbrace{ax + b}_{\text{ecuación de la recta A.O.}} + \frac{r(x)}{q(x)}$