

ELIPSE (ejercicios)

Ejercicio 1

Hallar la ecuación de lugar geométrico de los puntos P(x, y) cuya suma de distancias a los puntos fijos (4, 2) y (-2, 2) sea igual a 8.

Ejercicio 1 resuelto

Hallar la ecuación de lugar geométrico de los puntos P(x, y) cuya suma de distancias a los puntos fijos (4, 2) y (-2, 2) sea igual a 8.

$$\overline{PF} + \overline{PF'} = 8$$

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2} = 8$$

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} = 8 - \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$

Elevando al cuadrado y reduciendo términos

$$3x - 19 = -4\sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$$

Elevando de nuevo al cuadrado y reduciendo términos,
resulta la elipse:

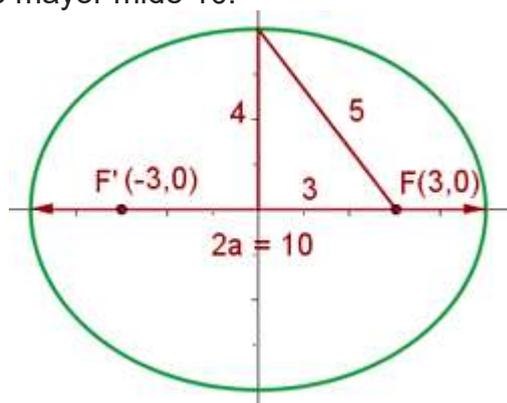
$$7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$$

Ejercicio 2

Hallar los elementos característicos y la ecuación reducida de la elipse de focos: F'(-3,0) y F(3, 0), y su eje mayor mide 10.

Ejercicio 2 resuelto

Hallar los elementos característicos y la ecuación reducida de la elipse de focos: F'(-3,0) y F(3, 0), y su eje mayor mide 10.



Ejercicio 3

Dada la ecuación reducida de la elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, hallar las coordenadas de los vértices de los focos y la excentricidad.

Ejercicio 3 resuelto

$$a = \sqrt{9} = 3 \qquad b = \sqrt{4} = 2$$

$$A(0, 3) \qquad A'(0, -3)$$

$$B(2, 0) \qquad B'(-2, 0)$$

$$c = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$F(0, \sqrt{5}) \qquad F(0, -\sqrt{5})$$

$$e = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ejercicio 4

Hallar la ecuación de la elipse de foco $F(7, 2)$, de vértice $A(9, 2)$ y de centro $C(4, 2)$.

Ejercicio 4 resuelto

$$a = 9 - 4 = 5 \qquad c = 7 - 4 = 3$$

$$b = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$\frac{(x - 4)^2}{25} + \frac{(y - 2)^2}{16} = 1$$

Ejercicio 5

Dada la elipse de ecuación $\frac{(x - 6)^2}{36} + \frac{(y + 4)^2}{16} = 1$, hallar su centro, semiejes, vértices y focos.

Ejercicio 5 resuelto

$$a^2 = 36 \qquad a = 6$$

$$b^2 = 16 \qquad b = 4$$

$$c = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} \qquad c = 2\sqrt{5}$$

$$C(6, -4)$$

$$\begin{array}{ll} A(12, -4) & A'(0, -4) \\ F(6 + 2\sqrt{5}, -4) & F'(6 - 2\sqrt{5}, -4) \\ B(6, 0) & B'(6, -8) \end{array}$$

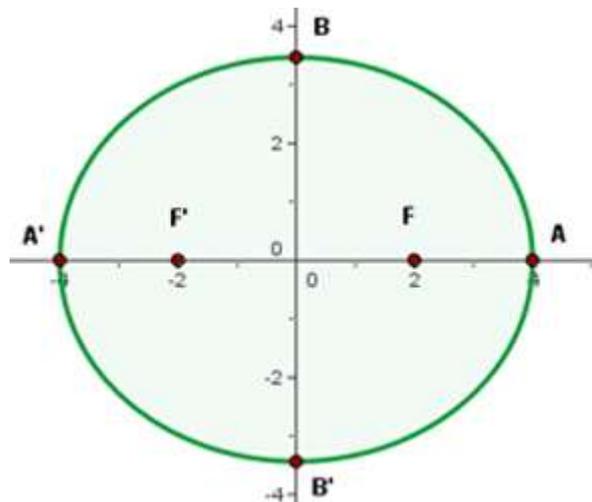
Ejercicio 6

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente elipse.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$

Ejercicio 6 resuelto

$$\begin{array}{llll} a^2 = 16 & a = 4 & A(4, 0) & A'(-4, 0) \\ b^2 = 12 & b = 2\sqrt{3} & B(0, 2\sqrt{3}) & B'(0, -2\sqrt{3}) \\ c = \sqrt{16 - 12} & c = 2 & F(2, 0) & F'(-2, 0) \\ & & e = \frac{1}{2} & \end{array}$$

**Ejercicio 7**

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente elipse.

$$x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$$

Ejercicio 7 resuelto

$$x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) - 1 + 2(y^2 + 4y + 4) - 8 + 5 = 0$$

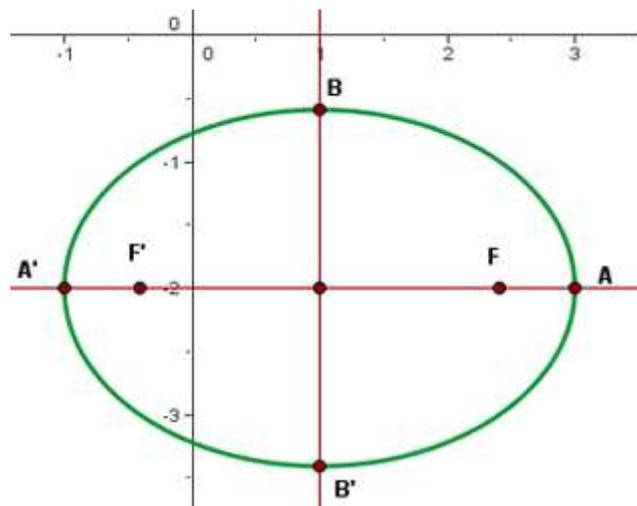
$$(x - 1)^2 + 2(y + 2)^2 = 4 \qquad \frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y + 2)^2}{2} = 1$$

$$C(1, -2)$$

$$a^2 = 4 \qquad a = 2 \qquad A(3, -2) \qquad A'(-1, -2)$$

$$b^2 = 2 \qquad b = \sqrt{2} \qquad B(1, -2 + \sqrt{2}) \qquad B'(1, -2 - \sqrt{2})$$

$$c = \sqrt{4 - 2} \qquad c = \sqrt{2} \qquad F(1 + \sqrt{2}, -2) \qquad F'(1 - \sqrt{2}, -2)$$

**Ejercicio 8**

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente elipse.

$$25x^2 + 9y^2 - 18y - 216 = 0$$

Ejercicio 8 resuelto

$$25x^2 + 9y^2 - 18y - 216 = 0$$

$$25x^2 + 9(y^2 - 2y + 1) - 9 - 216 = 0$$

$$25x^2 + 9(y - 1)^2 = 225 \qquad \frac{x^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{25} = 1$$

$$C(0, 1)$$

$$a^2 = 25$$

$$a = 5$$

$$A(0, 6)$$

$$A'(0, -4)$$

$$b^2 = 9$$

$$b = 3$$

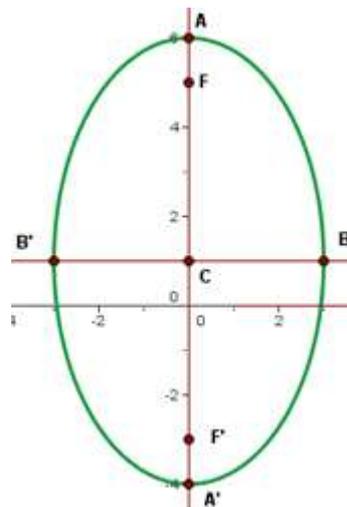
$$B(3, 1)$$

$$B'(-3, 1)$$

$$c = \sqrt{25 - 9} \quad c = 4$$

$$F(0, 5)$$

$$F'(0, -3)$$



Ejercicio 9

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente elipse

$$x^2 + 3y^2 - 6x + 6y = 0$$

Ejercicio 9 resuelto

$$x^2 + 3y^2 - 6x + 6y = 0$$

$$(x^2 - 6x + 9) - 9 + 3(y^2 + 2y + 1) - 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 + 3(y + 1)^2 = 12$$

$$\frac{(x - 3)^2}{12} + \frac{(y + 1)^2}{4} = 1$$

$$C(3, -1)$$

$$a^2 = 12$$

$$a = 2\sqrt{3}$$

$$A(3 + 2\sqrt{3}, -1)$$

$$A'(3 - 2\sqrt{3}, -1)$$

$$b^2 = 4$$

$$b = 2$$

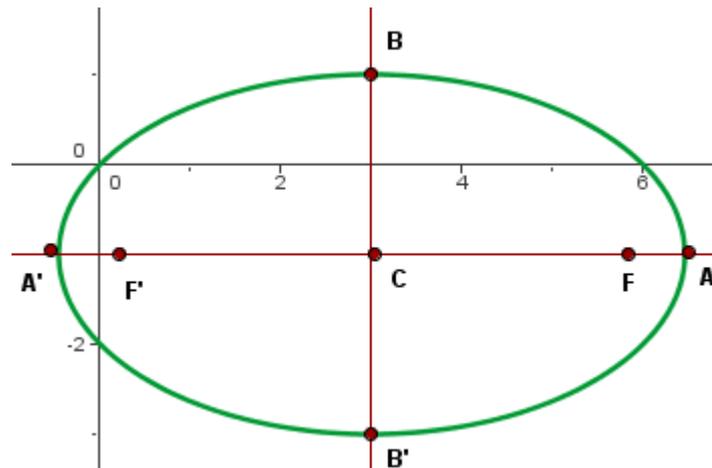
$$B(3, 1)$$

$$B'(3, -3)$$

$$c = \sqrt{12 - 4} \quad c = 2\sqrt{2}$$

$$F(3 + 2\sqrt{2}, -1)$$

$$F'(3 - 2\sqrt{2}, -1)$$

**Ejercicio 10**

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de la siguiente elipse

$$3x^2 + y^2 - 24x + 39 = 0$$

Ejercicio 10 resuelto

$$3x^2 + y^2 - 24x + 39 = 0$$

$$3(x^2 - 8x + 16) - 48 + y^2 + 39 = 0$$

$$3(x - 4)^2 + y^2 = 9$$

$$\frac{(x - 4)^2}{3} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$C(4, 0)$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3$$

$$A(4, 3)$$

$$A'(4, -3)$$

$$b^2 = 3$$

$$b = \sqrt{3}$$

$$B(4 + \sqrt{3}, 0)$$

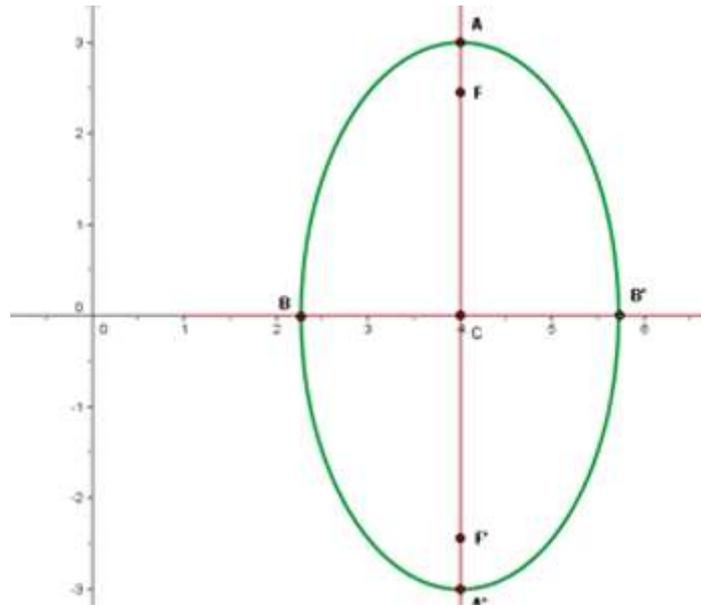
$$B'(4 - \sqrt{3}, 0)$$

$$c = \sqrt{9 - 3}$$

$$c = \sqrt{6}$$

$$F(4, \sqrt{6})$$

$$F'(4, -\sqrt{6})$$



Ejercicio 8

Halla la ecuación de la elipse conociendo:

- 1) $C(0, 0)$, $F(2, 0)$, $A(3, 0)$
- 2) $C(0, 0)$, $F(0, 4)$, $A(0, 5)$
- 3) $C(1, -1)$, $F(1, 2)$, $A(1, 4)$
- 4) $C(-3, 2)$, $F(-1, 2)$, $A(2, 2)$

Ejercicio 8 resuelto

Halla la ecuación de la elipse conociendo:

$$1) \quad C(0, 0), \quad F(2, 0), \quad A(3, 0)$$

$$a = 3 \quad c = 2 \quad b = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$2) \quad C(0, 0), \quad F(0, 4), \quad A(0, 5)$$

$$a = 5 \quad c = 4 \quad b = \sqrt{25 - 16} = 3$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$3) \quad C(1, -1), \quad F(1, 2) \quad A(1, 4)$$

$$a = 5 \quad c = 3 \quad b = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$\frac{(x - 1)^2}{16} + \frac{(y + 1)^2}{25} = 1$$

$$4) \quad C(-3, 2), \quad F(-1, 2) \quad A(2, 2)$$

$$a = 5 \quad c = 2 \quad b = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21}$$

$$\frac{(x + 3)^2}{25} + \frac{(y - 2)^2}{21} = 1$$

Ejercicio 10.

Halla la ecuación reducida de una elipse sabiendo que pasa por el punto **(0, 4)** y su **excentricidad** es **3/5**.

Ejercicio 10 resuelto

$$\frac{0^2}{a^2} + \frac{4^2}{b^2} = 1 \quad \frac{4^2}{b^2} = 1 \quad b = 4$$

$$\frac{3}{5} = \frac{\sqrt{a^2 - 16}}{a} \quad \frac{9}{25} = \frac{a^2 - 16}{a^2} \quad 9a^2 = 25a^2 - 400$$

$$16a^2 - 400 = 0 \quad a^2 - 25 = 0 \quad a = 5$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Ejercicio 12

La distancia focal de una elipse es 4. Un punto de la elipse dista de sus focos 2 y 6, respectivamente. Calcular la ecuación reducida de dicha elipse.

Ejercicio 12 resuelto

$$2c = 4$$

$$c = 2$$

$$2a = 2 + 6$$

$$a = 4$$

$$b = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$$

$$b = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$