# TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR
# 2020

1) HALLAR LA FORMA POLAR Y FORMA TRIGONOMÉTRICA DE LOS SIGUIENTES NÚMEROS COMPLEJOS UBICADOS

Primer cuadrante a) $Z_2 = 6 + 7i$

Cuarto cuadrante b) $Z_3 = +3 - 9i$

2) RESOLVER LAS SIGUIENTES OPERACIONES, EXPRESAR EN FORMA POLAR Y TRIGONOMÉTRICA:

a) $(-3+3i) + (7-2i) =$

b) $(3+2i).(-1+3i) =$

3) ESCRIBAN LA EXPRESIÓN BINÓMICA O CARTESIANA DE LOS SIGUIENTES NÚMEROS COMPLEJOS, SEGÚN CORRESPONDA. GRAFICAR EN EJES CARTESIANOS.

a) (0,8)

b) 3-2i

4) EXTRAER FACTORES, DESARROLLAR EL PASO A PASO, COMPROBAR LOS RESULTADOS CON LAS RESPUESTAS DADAS

a) $\sqrt{16a^5b^4c^3} =$

5) RACIONALIZAR LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

a) $\frac{9}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{7}{\sqrt{11}-2} =$

6) DETERMINAR DOMINIO, ORDENADA AL ORIGEN, CEROS, GRÁFICA, POSITIVIDAD Y RANGO DE LA SIGUIENTE FUNCIÓN:

a) $F(X) = 2X^3+7X^2-7X-12$

7) Analizar la siguiente función cuadrática y graficar:

a) $F(x) = 4x^2+4x-8$

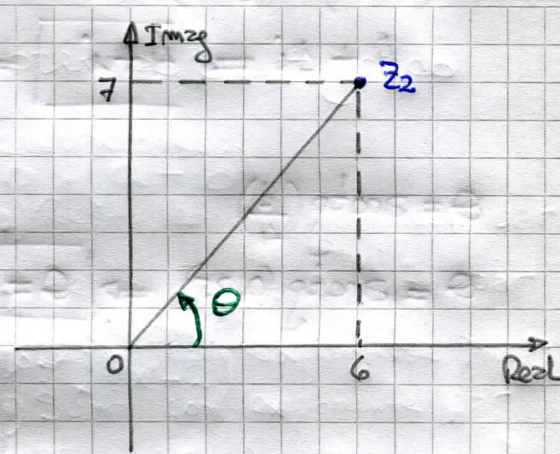
1) a) $Z_2 = (6 + 7i)$

$|z| = \sqrt{6^2 + 7^2}$

$|z| = \sqrt{36 + 49}$

$|z| = \sqrt{85}$

$|z| = 9,2$




$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{7}{6}\right)$

$\theta = \operatorname{arctg}(1,17) \Rightarrow \theta = 49,4 \Rightarrow Z_2 = 9,2 \underline{|49,4^\circ}$

forma polar

$Z_2 = 9,2\,(\cos 49,4^\circ + i \operatorname{sen} 49,4)$

forma trigonométrica

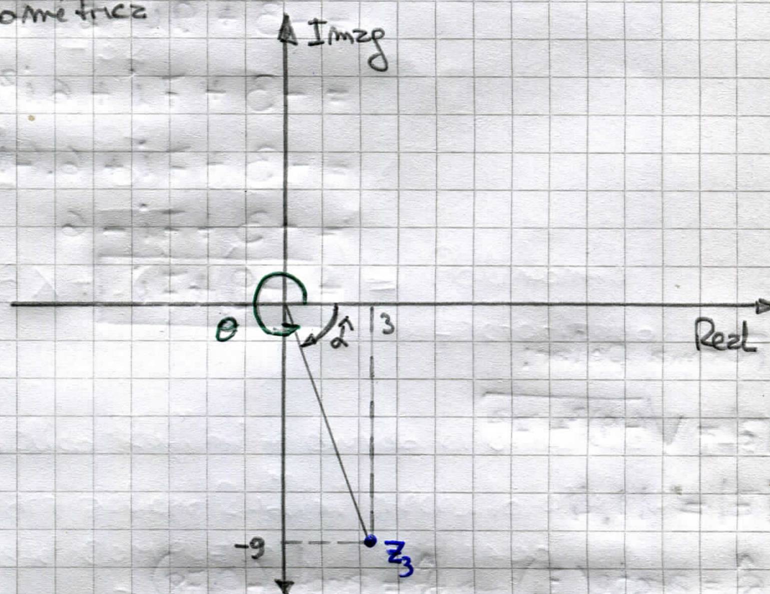
1b) $Z_3 = (+3 - 9i)$

$|z_3| = \sqrt{(+3)^2 + (-9)^2}$

$|z_3| = \sqrt{9 + 81}$

$|z_3| = \sqrt{90}$

$|z_3| = 9,5$




$\hat{\alpha} = \operatorname{arctg}\left(\frac{-9}{+3}\right)$

$\hat{\alpha} = \operatorname{arctg}(-3)$

$\hat{\alpha} = -71,57^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 360^\circ - |\hat{\alpha}|$

$\hat{\theta} = 360^\circ - 71,57^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 288,43^\circ$

$\left.\begin{aligned} Z_3 &= 9,5\,(\cos 288,43^\circ + i \operatorname{sen}(288,43^\circ)) \\ Z_3 &= 9,5\,(\cos -71,57^\circ + i \operatorname{sen}(-71,57)) \end{aligned}\right\}$ forma trigonométrica

$\left.\begin{aligned} Z_3 &= 9,5 \underline{|288,43^\circ} \\ Z_3 &= 9,5 \underline{|-71,57^\circ} \end{aligned}\right\}$ forma polar

2) a) $(-3+3i)+(7-2i) =$

$(-3+7)+(3-2)i =$

$4+1i = \boxed{4+i} \Rightarrow$ forma polar: $|z| = \sqrt{4^2+1^2}$

$|z| = \sqrt{16+1}$

$|z| = \sqrt{17}$

$\boxed{|z| = 4{,}1}$

$\theta = \text{arctg}\left(\frac{1}{4}\right)$

$\theta = \text{arctg}(0{,}25) \Rightarrow \boxed{\theta = 14^\circ}$

$\boxed{z = 4{,}1 \underline{|14^\circ}}$

forma polar

$\boxed{4{,}1(\cos 14^\circ + i \,\text{sen}\, 14^\circ)}$

forma trigonometrica

2b) $(3+2i)\cdot(-1+3i) = 3.(-1)+3.3i+2i.(-1)+2i.3i$

$= -3+9i-2i+6i^2$

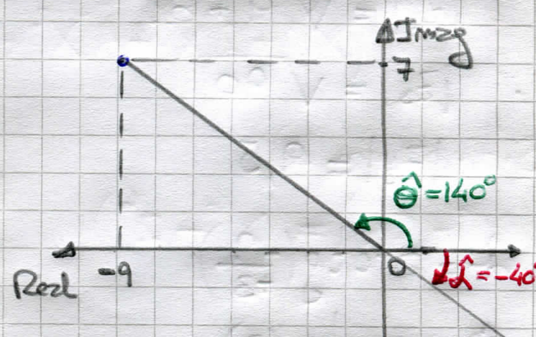
$= -3+7i+6i^2$

$= -3+7i+6.(-1)$

$= -3+7i-6$

$= \boxed{-9+7i}$

$\boxed{\begin{matrix} i = \sqrt{-1} \\ i^2 = (-1) \end{matrix}}$




Forma polar:

$|z| = \sqrt{(-9)^2+7^2}$

$|z| = 11{,}4$

$\hat{\alpha} = \text{arctg}\left(\frac{7}{-9}\right) \Rightarrow \hat{\alpha} = \text{arctg}(-0{,}78)$

$\hat{\alpha} = -40^\circ$

$\hat{\theta} = 180^\circ - |\alpha|$

$\hat{\theta} = 180^\circ - 40^\circ \Rightarrow \theta = 140^\circ$

$\boxed{11{,}4 \underline{|140^\circ}}$ forma polar

$\boxed{11{,}4(\cos 140^\circ + i \,\text{sen}\, 140^\circ)}$ forma trigonométrica

3a) $(0, 8) \Rightarrow (0 + i8)$

Forma polar:

$|z| = \sqrt{0^2 + 8^2}$

$|z| = \sqrt{8^2}$

$|z| = 8$

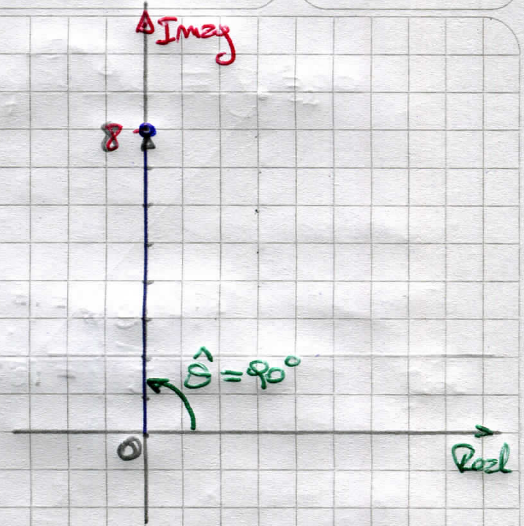
$\hat{\theta} = \text{arctg}\left(\frac{8}{0}\right)$

$\hat{\theta} = \text{arctg}(\infty)$

$\theta = 90°$

$\boxed{8 \underline{|90°}}$

forma polar




3b) $(3 - 2i)$

$|z| = \sqrt{3^2 + 2^2}$

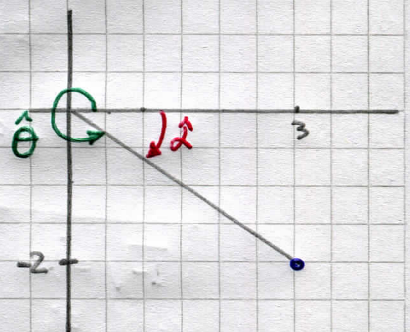
$|z| = \sqrt{13}$

$|z| = 3{,}6$

$\hat{\alpha} = \text{arctg}\left(\frac{-2}{3}\right)$

$\hat{\alpha} = \text{arctg}(-0{,}67)$

$\hat{\alpha} = -33{,}7°$




$\hat{\theta} = 360° - |\hat{\alpha}|$

$\hat{\theta} = 360° - 33{,}7° \Rightarrow \boxed{\hat{\theta} = 326{,}3°}$

4a)

$$\sqrt{16a^5b^4c^3} = \sqrt{4^2 . a^2 . a^2 . a^1 . b^2 . b^2 . c^2 . c^1} =$$

$$= \cancel{\sqrt{4^2}} \cdot \cancel{\sqrt{a^2}} \cdot \cancel{\sqrt{a^2}} \cdot \sqrt{a} \cdot \cancel{\sqrt{b^2}} \cdot \cancel{\sqrt{b^2}} \cdot \cancel{\sqrt{c^2}} \cdot \sqrt{c}$$

$$= 4 . a . a . \sqrt{a} . b . b . c . \sqrt{c}$$

$$= 4a^2 . \sqrt{a} . b^2 . c\sqrt{c}$$

$$= 4a^2 . b^2 . c . \sqrt{a}\sqrt{c}$$

$$\boxed{= 4a^2b^2c \cdot \sqrt{a.c}}$$

Recordemos las propiedades de la potenciación:

$$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$$

5a) $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{(\cancel{\sqrt{3}})^{\cancel{2}}} = \dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{3}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \boxed{3\sqrt{3}}$

5b) $\dfrac{7}{\sqrt{11}-2} = \dfrac{7}{(\sqrt{11}-2)} \times \dfrac{(\sqrt{11}+2)}{(\sqrt{11}+2)} = \dfrac{7(\sqrt{11}+2)}{(\cancel{\sqrt{11}})^{\cancel{2}}-(2)^2}$

$= \dfrac{7(\sqrt{11}+2)}{11-4} = \dfrac{\overset{1}{\cancel{7}}(\sqrt{11}+2)}{\underset{1}{\cancel{7}}} = \boxed{\sqrt{11}+2}$

6) $f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 7x - 12$

Es una función de grado 3, es decir que tiene 3 raíces (o ceros)
Aplico Ruffini para encontrar la primer raíz y según Gauss una raíz puede estar dentro de los divisores del término independiente o sea divisores de 12 → ±1, ±2; ±3; ±4; ±6
Uso el Teorema del Resto para averiguar rápidamente cuál es la raíz entre las posibles.

Pruebo con $x=1$

$f(1) = 2.(1)^3 + 7.(1)^2 - 7.(1) - 12$

$f(1) = 2 + 7 - 7 - 12 = -10$ como es $\neq 0$ entonces descarto $x=1$ como raíz

Pruebo con $x=-1$

$f(-1) = 2.(-1)^3 + 7.(-1)^2 - 7(-1) - 12$

$f(-1) = -2 + 7 + 7 - 12 = 0$ !!! ya encontré la primer raíz, es $x=(-1)$

Ahora aplico Ruffini (usando la raíz encontrada) para disminuir en 1 grado el polinomio original :

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 7 & -7 & -12 \\ -1 & & -2 & -5 & 12 \\ \hline & 2 & 5 & -12 & \underline{0} \end{array}$$ Resto

$\boxed{x_1 = -1}$ Raiz

El nuevo polinomio queda entonces

$f(x) = 2x^2 + 5x - 12$ (es una función cuadrática)

$a = 2$

$b = 5$

$c = -12$

$$\begin{matrix} x_2 \\ x_3 \end{matrix} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{5^2 - 4.2.(-12)}}{2.2} = \frac{-5 + \sqrt{25 + 96}}{4} = \frac{-5 + \sqrt{121}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-5 + 11}{4} \Rightarrow \boxed{x_2 = 1{,}5}$$ Raiz

$$x_3 = \frac{-5 - 11}{4} \Rightarrow \boxed{x_3 = -4}$$ Raiz

Dominio de $f(x)$. Son todos los nros reales ya que para ésta función no existe ningún valor de $x$ que provoque alguna discontinuidad

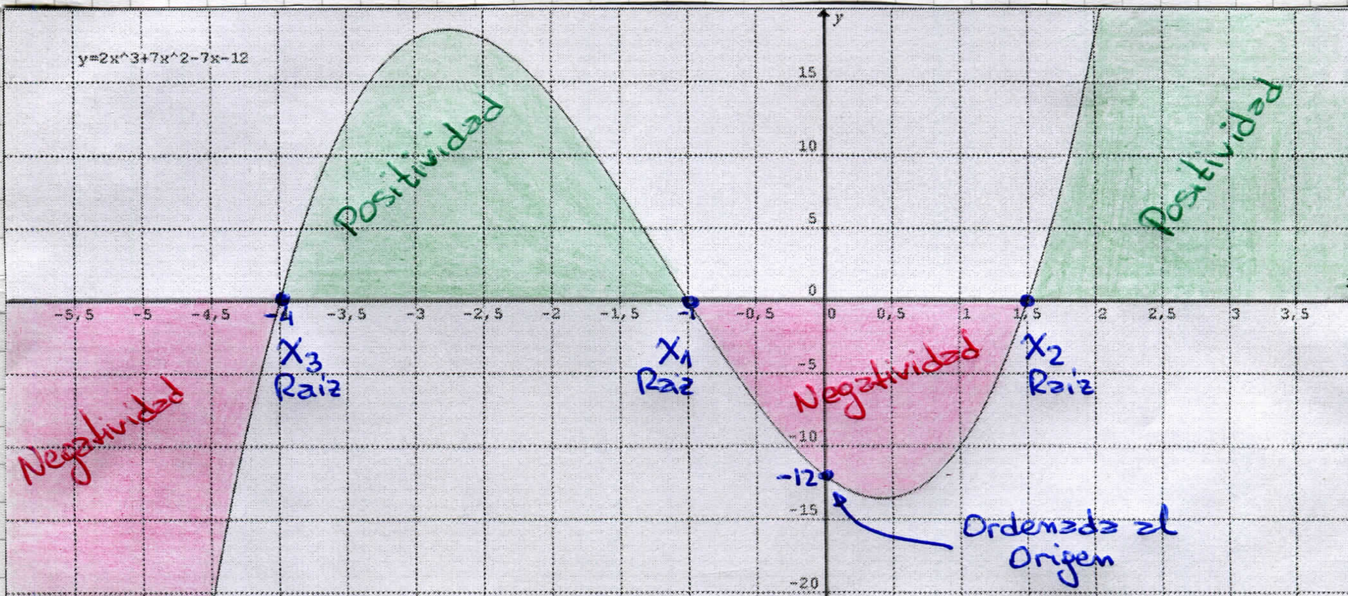
$$Dom_{f(x)} : \mathbb{R}$$

$$Dom_{f(x)} : (-\infty, +\infty)$$

Ordenada al Origen: Es el valor de la función $f(x)$ cuando $x = 0$

$$f(x) = 2(0)^3 + 7(0)^2 - 7(0) - 12$$

$\boxed{f(x) = -12}$ $\Rightarrow$ La función "corta" al eje "y" en el valor $y = (-12)$




## Positividad:

La función es positiva para los valores de $x$ comprendidos

$C^+$: $(-4, -1) \cup (1{,}5, +\infty)$

## Negatividad:

$C^-$: $(-\infty, -4) \cup (-1, 1{,}5)$