EJEMPLO

www.2pi.com.ar

Dado el siguiente polinomio, se pide:

a) Obtener sus raices por Ruffini

b) Comprobar dichas raices sustituyendolas en P(x)

c) Factorizar P(x) a partir de sus raices y comprobar dicha factorizacion

$$P(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + 4$$

a) Hallar las raices significa encontrar los valores de "x" que hagan que el polinomio P(x) valga cero

$$P(x) = 0$$

Escrito de otra manera:

$$\text{A} \rightarrow x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + \underbrace{4} = 0$$

Tomamos todos los divisores de 4, que son ±1, ±2; ±4

Aplicamos Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 4 & 7 & 8 & 4 \\ 1 & & 1 & 5 & 24 & 32 \\ \hline & 1 & 5 & 12 & 32 & \underline{36} \end{array}$$

$\cancel{x=1}$ no es raiz

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 4 & 7 & 8 & 4 \\ -1 & & -1 & -3 & -4 & -4 \\ \hline & 1 & 3 & 4 & 4 & \underline{0} \end{array}$$

$\boxed{x=-1}$ Si es raiz

$x^3 + 3x^2 + 4x + 4$ y seguimos aplicando Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & & 2 & 10 & 28 \\ \hline & 1 & 5 & 14 & \underline{32} \end{array}$$

$\cancel{x=2}$ no es raiz

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 4 & 4 \\ -2 & & -2 & -2 & -4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & \underline{0} \end{array}$$

$\boxed{x=-2}$ Si es raiz

$x^2 + x + 2$ → aplicamos resolución de ec. de 2^{do} grado

$$x^2 + x + 2 = 0 \qquad x_3\, x_4 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$a = 1$
$b = 1$
$c = 2$

$$x_3 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4.1.2}}{2.1} = \frac{-1 + \sqrt{-7}}{2}$$

$$x_4 = \frac{-1 - \sqrt{-7}}{2}$$

Como la operación $\sqrt{-7}$ no tiene solución en el campo de los números reales (sí la tiene en el de los números complejos, que se ve en el próximo año) nos quedamos con las dos primeras raíces (que sí son reales)

$\boxed{x_1 = -1}$ $\qquad$ $\boxed{x_2 = -2}$

b) Comprobar las raíces sustituyendolas en $P(x)$

<u>Probamos $x_1 = -1$</u>

$P(x_1) = (-1)^4 + 4.(-1)^3 + 7.(-1)^2 + 8.(-1) + 4$

$P(x_1) = 1 + 4.(-1) + 7 + (-8) + 4$

$P(x_1) = 1 - 4 + 7 - 8 + 4$

$\boxed{P(x_1) = 0}$ Verificado !!!

Probamos $x_2 = -2$

$P(x_2) = (-2)^4 + 4.(-2)^3 + 7.(-2)^2 + 8.(-2) + 4$

$P(x_2) = 16 - 32 + 28 - 16 + 4$

$\boxed{P(x_2) = 0}$ Verificado !!!

c) Factorizar $P(x)$ a partir de sus raíces y comprobar dicha factorizacion.

Al llegar a obtener la raiz x_2 nos quedamos con el polinomio $(x^2 + x + 2)$ el cual nos dio dos raices complejas por eso nos detuvimos aquí.

Entonces el polinomio original $P(x)$ lo podemos escribir de la sig. forma:

$$P(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + 4 = (x^2 + x + 2) \cdot (x+1) \cdot (x+2)$$

Si aplicamos prop. distributiva al 2do miembro deberíamos llegar a obtener el 1er miembro:

$$(x^2 + x + 2).(x+1).(x+2) =$$

$$(x^2.x + x.x + 2.x + x^2.1 + x.1 + 2.1).(x+2) =$$

$$(x^3 + x^2 + 2x + x^2 + x + 2)(x+2) =$$

$$(x^3 + 2x^2 + 3x + 2)(x+2) =$$

$$x^3.x + 2x^2.x + 3x.x + 2.x + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 4 =$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 4 =$$

$$x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + 4 = P(x) \quad \text{Verificado !!!}$$

EJERCICIOS

www.2pi.com.ar

Dados los siguientes polinomios, se pide

a) Obtener sus raices por Ruffini

b) Comprobar dichas raices sustituyendolas en $P(x)$

c) Factorizar $P(x)$ a partir de sus raices halladas

1) $P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ Rtas: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

2) $P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 9x + 6$ Rta: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$

3) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ Rta: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$

4) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 15x - 36$ Rta: $x_1 = -3$, $x_2 = -3$, $x_3 = 4$

5) $P(x) = x^5 - 2x^4 - x + 2$ Rta: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$

6) $P(x) = x^3 - 5x^2 - 5x - 6$ Rta: $x_1 = 6$