

1. Indica Verdadero o Falso. Justifica todas las respuestas de manera teórica (puedes hacer un cálculo pero la justificación debe ser con tus palabras)

- a) El polinomio $P(x) = x^3 - x^2 - 17x - 8$ es divisible por $Q(x) = x - 5$
- b) La gráfica de la función $g(x) = x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$ atraviesa a eje de las abscisas en todas sus raíces
- c) La función $q(x) = -3(x + 1)^2(x - 2)^2$ no atraviesa al eje de las abscisas
- d) Es posible factorizar a $x^4 - 2x^2 + 1$ aplicando factor común por grupos

2. Dada la siguiente función racional, indica la o las opciones correctas justificando analíticamente en cada caso. Explica por qué son incorrectas las opciones descartadas:

$$f(x) = \frac{1 + x}{4x - x^3}$$

- a) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- b) $C^0 = \{-2; 0; 2\}$
- c) Su gráfica no interseca al eje de abscisas
- d) La intersección con el eje de ordenadas es en el punto $(0; 1)$

3. Explica detalladamente la verdad o falsedad de la siguiente afirmación:

$$Si \log A = 2 \text{ y } \log B = 3, \text{ entonces } \log AB^2 = 8$$

1a) FALSO!!!

Un polinomio $P(x)$ es divisible por $Q(x)$ cuando el Resto es $= 0$

$$P(x) = x^3 - x^2 - 17x - 8$$

$$Q(x) = (x - 5)$$

$$P(5) = (5)^3 - (5)^2 - 17 \cdot (5) - 8$$

$P(5) = 7 \Rightarrow$ no da 0 (cero) entonces el polinomio $P(x)$ no es divisible por $Q(x)$

Resto
 \neq
0

b) La gráfica de la función $g(x) = x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$ atraviesa al eje de las abscisas en todas sus raíces

CORRECTO!!!

$$g(x) = x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64 \leftarrow \text{tiene pinta de cubo de un binomio}$$

$$= (x^2)^3 - 3(x^2)^2 \cdot 2 + 3 \cdot x^2 (2^2) - (2^2)^3$$

$$\left. \begin{array}{l} m = x^2 \\ m = 2^2 \end{array} \right\} \text{Sustituyo}$$

$$= m^3 - 3m^2 \cdot m + 3m m^2 - m^3$$

$$g(x) = (m - m)^3$$

para buscar raíces

$$m - m = 0$$

$$x^2 - 2^2 = 0$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4}$$

Raíces: $x = 2$ con multiplicidad 3

$x = -2$ con multiplicidad 3

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Si una función polinómica $f(x)$ tiene una raíz r de multiplicidad k entonces:

* Si k es **impar** la gráfica cruza al eje x

* Si k es **par** la gráfica toca al eje x pero no lo cruza

En nuestro ejemplo la multiplicidad de ambas raíces es 3 entonces la gráfica atraviesa al eje de las abscisas

c) La función $g(x) = -3 \cdot (x+1)^2 \cdot (x-2)^2$ no atraviesa el eje de las abscisas **Correcto!!!**

Las raíces de la función $g(x)$ son:

$x_1 = -1$ con multiplicidad **2** ← Par

$x_2 = 2$ con multiplicidad **2** ←

La multiplicidad de las raíces es **2 (par)** entonces la función "toca" pero NO atraviesa al eje de las abscisas

d) Es posible factorizar a: $X^4 - 2X^2 + 1$ aplicando factor común por grupos **FALSO!!!**

Para que una función pueda ser factorizada por grupos debe tener 4 o 6 términos.

Nuestra expresión tiene 3 términos por lo que entonces No se puede factorizar x grupos aplicando factor común..

2) Dada la sig función racional, indicar la o las opciones correctas justificando analíticamente e / caso. Explicar por qué son incorrectas las opciones descartadas.

$$f(x) = \frac{1+x}{4x-x^3}$$

a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ **FALSO!!!**

$$f(x) = \frac{1+x}{4x-x^3}$$

$$f(x) = \frac{1+x}{x(4-x^2)}$$

$$f(x) = \frac{1+x}{x(2^2-x^2)}$$

$$f(x) = \frac{1+x}{x \cdot (2-x)(2+x)} \Rightarrow \text{Las raíces del denominador}$$

son entonces

$$x=0$$

$$x_1=2$$

$$x_2=-2$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2; 0; 2\}$$

b) $C^0 = \{-2; 0; 2\}$ **Falso!!!**

La función vale cero cuando $x = -1 \Rightarrow$

$$C^0 = \{-1\}$$

$$\begin{array}{l} 1+x=0 \\ \boxed{x=-1} \end{array}$$

c) Su gráfica no interseca al eje de las abscisas **Falso!!!**

Si una función corta al eje de las abscisas entonces en ese punto ocurre que $f(x) = 0$ trabajemos...

$$0 = \frac{1+x}{4x-x^3} \Rightarrow 0 \cdot (4x-x^3) = 1+x \Rightarrow 0 = 1+x$$

$$\boxed{x = -1}$$

Punto de intersección con el eje "x"

FALSO!!!

d) La intersección con el eje de ordenadas es en el punto $(0; 1)$

La intersección ocurre cuando $x=0$ entonces hacemos:

$$f(x) = \frac{1 + (0)}{4 \cdot (0) - (0)^3} \Rightarrow f(x) = \infty$$



La función vale ∞ cuando

$x=0$ entonces el

punto $(0; 1)$ no es el

punto de corte.

3) Si $\log A = 2$ y $\log B = 3$ entonces $\log AB^2 = 8$ Correcto!!!

$$\begin{aligned}\log A \cdot B^2 &= \log A + \log B^2 \\ &= \log A + 2 \log B \\ &= 2 + 2 \cdot 3\end{aligned}$$

$$\log AB^2 = 8 \Rightarrow \text{Verificado!!!}$$